

## **Análise de padrões de comportamento de preços com fins de projeção de receita: testes estatísticos em uma série temporal de preços da *commodity* cobre**

*Marcia Athayde Matias*

*UnB – Universidade de Brasília*

*Cesar Augusto Tiburcio Silva*

*UnB – Universidade de Brasília*

*Leonardo Vieira*

*UnB – Universidade de Brasília*

**RESUMO:** Em análise de fluxos de caixa de projetos de investimento, notadamente quando o principal produto é uma *commodity*, a definição da receita futura como uma função do comportamento de preços, é uma questão que vem sendo debatida nos meios acadêmico e financeiro. Diante deste fato, neste artigo, são realizadas avaliações econométricas em uma série histórica de preços da *commodity* cobre, buscando verificar se o comportamento destes preços segue algum padrão específico já identificado pela literatura, notadamente entre os padrões de "Tendência de Reversão à Média" e "Movimento Browniano Geométrico". Foram realizados testes para estacionaridade, autocorrelação, normalidade e linearidade. Os resultados indicam que os preços da *commodity* cobre não seguiram, durante o período analisado, nenhum padrão de comportamento, sugerindo que os modelos utilizados convencionalmente em projeções financeiras apresentam baixo poder de predição de preços futuros.

**Palavras-chaves:** preços, commodity, padrões de comportamento, cobre

---

Recebido em 11/09/2005; revisado em 20/09/2005; aceito em 11/11/2005.

\* Correspondência com os autores:

*Marcia Athayde Matias*

Mestrado em Ciências Contábeis  
Universidade de Brasília

Endereço: Campus Universitário Darcy  
Ribeiro - Prédio da FA - 2º Andar - Salas  
B1-02, Asa Norte, 70910-900 – Brasília – DF  
– Brasil

Email: [mathayde@unb.br](mailto:mathayde@unb.br)

Telefone: 31 33758448

*Cesar Augusto Tiburcio Silva*

Doutor em Controladoria e  
Contabilidade

Universidade de Brasília  
Endereço: Campus Universitário Darcy  
Ribeiro - Prédio da FA - 2º Andar - Salas  
B1-02, Asa Norte, 70910-900 - Brasília –  
DF – Brasil

Email: [cesartiburcio@unb.br](mailto:cesartiburcio@unb.br)

Telefone: (61) 32731105

*Leonardo Vieira*

Doutor em Controladoria e  
Contabilidade Universidade de  
Brasília

Endereço: Campus Universitário  
Darcy Ribeiro - Prédio da FA - 2º  
Andar - Salas B1-02, Asa Norte,  
70910-900 – Brasília – DF – Brasil

Email: [vieira.leo@gmail.com](mailto:vieira.leo@gmail.com)

Telefone: (61) 32731105

## I. INTRODUÇÃO

Um dos grandes dilemas em avaliação de projetos, notadamente os que se baseiam em fluxos de caixa descontados, é a definição das premissas básicas que suportarão a projeção dos resultados. Neste sentido, definir a receita futura é uma etapa importante e delicada do processo. A receita, como função do preço de venda, é fortemente dependente de fatores exógenos à empresa, e esta dependência se agrava se a empresa for produtora de uma *commodity*.

Analisar especificamente com qual precisão podem ser projetados no futuro os preços de uma *commodity*, identificando se o comportamento do movimento de preços ao longo do tempo segue um padrão definido e se existem condições de definir uma equação matemática que explique este movimento, de forma a se obter premissas precisas para avaliação de novos negócios é o objetivo deste artigo.

A *commodity* escolhida para estudo foi o minério de cobre. De acordo com estatísticas da Associação Brasileira de Cobre (2004), o produto, até 2003, contribuiu negativamente para o resultado da balança comercial brasileira. Em 2004, o produto apresentou, pela primeira vez, saldo positivo na balança comercial, em função das exportações do minério proveniente do estado do Pará.

Neste estudo, serão descritas características dos principais tipos de movimento de preços que uma *commodity* pode assumir. Seja o movimento na forma de *Passeio Aleatório* ou de *Browniano*, assumindo um comportamento *Geométrico* ou de *Tendência de Reversão à Média*, identificando qual deles é predominante na série histórica escolhida para análise, retomando os estudos de Dixyt e Pindyck (1993).

Este *paper* está estruturado em três partes. I Parte: Introdução, Proceder Metodológico, e Delimitação do estudo. II Parte: Aspectos gerais sobre a *commodity* cobre e Aspectos gerais sobre o comportamento estocástico de variáveis. III Parte: Análise do comportamento dos preços do minério de cobre e conclusões sobre o estudo.

A importância desta pesquisa consiste na contribuição dada à discussão sobre a utilização de premissas fortes na valoração de investimentos. Na medida em que novos trabalhos forem desenvolvidos e o conhecimento for disseminado e debatido, mais empresas poderão avaliar com mais precisão seus investimentos, o que certamente contribuirá para aumentar a credibilidade dos investimentos realizados no País o que, por consequência, trará um reflexo positivo para o desenvolvimento.

## II. PROCEDER METODOLÓGICO

Esta pesquisa possui caráter eminentemente quantitativo, uma vez que busca correlações entre variáveis independentes com a finalidade de construir uma equação representativa de uma observação empírica realizada previamente, a oscilação de preços da *commodity* cobre. Está subsidiada por uma revisão bibliográfica, que consistiu em buscar em fontes secundárias, estudos prévios e opiniões de especialistas sobre o tema em voga. É um estudo de caso em sua essência, na medida em que somente um segmento foi escolhido para ser estudado.

Os dados para análise foram coletados junto a *Commodity Exchange of New York – COMEX, subsidiária da New York Mercantile Exchange - NYMEX*, e consistiram de uma série histórica de cotações diárias de fechamento de preços do cobre. A definição do tamanho da amostra foi dada pela disponibilidade dos dados, que passaram a ser sistematizados e

publicados na *Internet* a partir de setembro de 2001. Dessa forma, a amostra consistiu de 40 meses, entre setembro de 2001 e dezembro de 2004, contendo 808 observações.

Os resultados deste estudo são específicos para avaliações de empreendimentos que utilizem a *commodity* cobre, não devendo este resultado ser generalizado, uma vez que os fatores que influenciam o mercado de cada *commodity* são diferentes. No entanto, o estudo poderá servir de base para novos estudos empíricos, envolvendo outras *commodities*.

### III. COMMODITY COBRE

*Commodity* é uma palavra em inglês que possui um significado genérico de “um artigo de comércio”<sup>1</sup>. De acordo com o Novo Dicionário de Economia, é “*um tipo particular de mercadoria em estado bruto ou produto primário de importância comercial, como é o caso do café, algodão, estanho, cobre, entre outros*”. Na prática, o conceito de *commodity* foi consuetudinariamente associado a um produto não especializado, ou de tecnologia amplamente difundida, produzido e transportado em grandes volumes.

O minério de cobre é utilizado na fabricação de utensílios e ferramentas há mais de 7.000 mil anos e seu uso combinado com o estanho, formando o bronze, tem registros de utilização de mais de 5.000 anos. Até meados do século XIX, o comércio de cobre foi controlado pela Grã-Bretanha, que possuía maior tecnologia para tratamento do minério. Entretanto, ainda naquele século, foram descobertas novas minas nos Estados Unidos, Chile e Austrália. Este fato, aliado ao desenvolvimento de novas tecnologias de concentração, que permitiram o aproveitamento de minérios de baixo teor, resultou na expansão global do mercado de minério de cobre no século XX (NYMEX, 2005).

O Brasil até 2003, não possuía produção expressiva de minério de cobre, importando cobre contido em concentrado do Chile, Argentina e Portugal, para abastecer as empresas produtoras de catodo e de semi-acabados de cobre no País. Com a abertura das minas no estado do Pará, a expectativa preliminar da Companhia Vale do Rio Doce, empresa que está realizando investimentos na região, em relação a capacidade produtiva, é a de produção é de 140 mil t/ano a partir de 2005, chegando a 650 mil t/ano de cobre contido no concentrado até 2010 (ROSA, 2003), quantidade suficiente para abastecer o mercado interno e favorecer a balança comercial do País.

Os preços da commodity cobre são ditados pela *London Metal Exchange - LME* e pela *Commodity Exchange of New York - COMEX*, sendo a forma mais usual de transação através de contratos de operações futuras. Os preços são cotados em US\$ cents/libra<sup>2</sup> de cobre contido em concentrado.

### IV. Estudos sobre comportamento de preços de *commodities*

Fama e French (1987), embasados na *Teoria do Estoque*, desenvolveram uma pesquisa com 21 *commodities*, entre as quais o minério de cobre, a fim de identificar alguns elementos que influenciavam nos preços futuros. Em um primeiro momento do estudo, os autores determinaram uma equação linear na qual a dependente “preços futuros” era função dos “preços a vista” mais uma determinada “taxa de juros”, e de variável *dummy*, para identificar se o produto possuía sazonalidade. O modelo mostrou baixa capacidade de previsão para a *commodity* cobre.

No segundo momento do estudo, foi estabelecida uma nova equação linear cuja dependente “preços de contratos futuros” era função dos “preços a vista” mais um “prêmio pela expectativa de variação no tempo”. O modelo demonstrou evidências da influência das expectativas de prêmio, mas não se mostrou estatisticamente significativa quando testado para

o cobre. Neste estudo, os autores assumiram uma distribuição normal das variáveis e não realizaram testes específicos para estacionaridade e autocorrelação.

Gibson e Shwartz (1989) analisando a propriedade de uma série temporal de preços de petróleo no período de 1984 à 1988, construiu uma equação para projeção de preços de contratos futuros, na qual assumiu que os “preços a vista” e o rendimento líquido instantâneo dos contratos seguem um processo estocástico com forte padrão de reversão à média. Esta equação mostrou resultados satisfatórios para projeções de curto prazo.

Em seu estudo sobre equilíbrio de preços de ativos, Bessembinder et al (1995), detectaram uma tendência de reversão a média no comportamento de preços de diversos ativos, entre petróleo, produtos agrícolas, metais e ativos financeiros. Tendo encontrado maior evidência de comportamento de reversão a média nos mercados que transacionam produtos agrícolas do que em metais.

Assim como Fama e Gibson, Bessembinder utilizou os preços de contratos futuros de commodities como estimadores (proxies) do preço à vista.

Dixity e Pindyck (1993), em seu livro, apresentam uma série histórica deflacionada de preços do cobre no período de 1870 à 1990, que não apresentou raízes unitárias, indicativo de estacionaridade. Estes autores argumentam que o processo de reversão à média é lento, e que somente utilizando séries temporais muito longas, acima de 30 ou 40 anos, é que se poderá de fato observar o comportamento dos preços destas *commodities*.

Segundo Slade (2001), existe real evidência de que os preços de *commodities* seguem um padrão de reversão à média, ainda que seja mais simples para realizar projeções admitir que os preços de *commodities* seguem um padrão de movimento Browniano geométrico ou outro processo não estacionário.

McMillan e Speight (2001), analisaram a volatilidade de preços diários de seis metais não-ferrosos no período compreendido entre 1971-2000, desmembrando a volatilidade em curto e longo prazos. Sob esta abordagem, foram isolados alguns fatores que contribuem para a volatilidade de curto prazo, como movimentos especulativos, chegada de novas informações e posições de hedge, e fatores fundamentais, que contribuem para a volatilidade no longo prazo, como a disponibilidade física dos produtos e as leis de demanda e oferta. Esta decomposição em curto e longo prazos, foi possível com a utilização de um modelo GARCH modificado, chamado component-GARCH ou CGARCH. Os resultados demonstraram que, a meia vida de choques de volatilidade de curto prazo direcionada pelo mercado, tipicamente, não se estende além de oito dias, enquanto a meia vida média de choques de volatilidade de longo prazo, provocados por fatores fundamentais, são de cerca de 190 dias, tal que a volatilidade do preço dos metais é apenas lentamente revertido à média. Encontraram-se evidências de que existe um vínculo entre a volatilidade dos metais, uma tendência dirigida em primeiro momento pelos preços do alumínio e em um segundo momento pelos preços do cobre. Mais especificamente, a volatilidade dos preços de longo-prazo, enquanto exibe uma memória de longo-prazo, de fato é estacionário e possui tendência de reversão à média.

## V. Padrões estocásticos de comportamento

Considerando o objetivo desta pesquisa, analisar o padrão de comportamento dos preços da *commodity* cobre, faz-se interessante retomar, entre as várias formas estocásticas de comportamento que os preços podem assumir, aquelas mais citadas na literatura observada.

O processo estocástico provê uma representação matemática de como um sistema evolui no tempo (Terceiro, 2003). De acordo com Dixit and Pindyck (1993), um processo estocástico de uma variável é definido por uma lei de probabilidade para a evolução  $x_t$  de uma

variável  $x$  em um tempo  $t$ . Logo, para dados momentos  $t_1, t_2, t_3$ , poderá ser calculada a probabilidade de ocorrência de  $x_1, x_2, x_3$ .

Os processos estocásticos podem assumir um comportamento estacionário, quando as propriedades estatísticas média e variância da variável  $x$  se mantêm constantes no tempo, ou não estacionário, quando o valor esperado da variável  $x$  crescer sem limites, e a variância aumentar com  $t$ . Com relação a ocorrência de  $x$ , esta pode variar de forma discreta ou contínua no tempo e no estado.

Um processo estocástico pode assumir alguns comportamentos:

- comportamento tipo “passeio aleatório” (*random walk*), estacionário, ou não, no qual a variável  $x$  assume um padrão de saltos de crescimento e decrescimento constantes de mesma probabilidade;
- se este comportamento apresentar uma tendência, será classificado como “passeio aleatório com tendência” (*random walk with drift*);
- considerando que o salto de crescimento e decrescimento pode assumir um padrão contínuo e aleatório, com distribuição normal, média zero e desvio padrão  $\sigma$  então o comportamento de  $x$  será classificado como processo estocástico tempo-discreto e estado-contínuo;
- outro exemplo de processo estocástico é o processo auto-regressivo de primeira ordem, denominado AR(1), e determinado pela seguinte fórmula:

$$x_t = \mu + \phi_1 x_{t-1} + u_t$$

onde:  $\mu$  e  $\phi$  são constantes e  $u_t$  é o termo de erro.

O processo AR(1) é adicionalmente referido como um processo de reversão à média (*mean reverse*), pois no longo-prazo  $x_t$  tende à um valor constante.

Os comportamentos acima descritos, de passeio aleatório, em tempo discreto ou contínuo, com ou sem tendência e o processo AR(1) satisfazem a *Propriedade de Markov*<sup>3</sup>, e em função disto também são chamados *Processos de Markov*.

Movimento Browniano ou Processo de Wiener<sup>4</sup> é um processo estocástico em tempo contínuo não estacionário, que assume três importantes propriedades: 1) é um processo de Markov; 2) possui incrementos independentes de mudança ao longo do intervalo de tempo; e 3) mudanças no processo em qualquer momento de um intervalo finito assumem uma distribuição normal, no qual a variância cresce linearmente com o tempo. De acordo com Dixit and Pindyck (1993) estas condições são restritivas e sugerem que muito poucas variáveis no mundo-real podem realmente ser modeladas com Processo de Wiener, a menos que se façam adaptações no modelo.

A equação que descreve o Processo de Wiener é:

$$\Delta z = \epsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

Onde:  $\epsilon_t$  é uma variável aleatória, não correlacionada, com distribuição normal, média zero e desvio padrão de 1.

Adaptando o modelo original de Weiner, é possível descrever o Movimento Browniano com Tendência (*Brownian motion with drift*), a partir da seguinte equação:

$$dx = \alpha dt + \sigma dz$$

Onde:  $dz$  é o incremento de mudança,  $\alpha$  é o parâmetro de tendência de crescimento e  $\sigma$  o parâmetro da variância, constantes.

O Movimento Browniano Generalizado, ou Processo de Ito (*Generalized Brownian Motion, Ito Process*), é uma generalização do movimento original, dado pela seguinte equação:

$$dx = a(x, t) dt + b(x, t) dz$$

Onde:  $dz$  é o incremento de mudança, e  $a(x, t)$  e  $b(x, t)$  são funções conhecidas não aleatórias. As variáveis  $a$  e  $b$  são também conhecidas como parâmetros *tendência de crescimento* e *variância*, funções do tempo e estado atuais.

Os parâmetros  $a(x, t)$  e  $b(x, t)$  são conhecidos, respectivamente, como taxa de crescimento esperado instantâneo e taxa de variância instantânea.

Ainda segundo Dixit e Pindyck, derivam-se dois casos particulares de comportamento a partir do conceito de Movimento Browniano: 1) Movimento Browniano Geométrico (*Geometric Brownian Motion - GBM*); e 2) Tendência de Reversão à Média (*Mean-Reverting Processes*).

No GBM, os parâmetros de tendência e variância são dados respectivamente, por:

$$a(x, t) = \alpha x$$

$$b(x, t) = \sigma x$$

Quando substituídos na equação do Processo de Ito, tem-se:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz$$

No GBM com tendência,  $x$  assume uma distribuição *lognormal*. Então, com  $F(x) = \ln x$ , então se tem uma distribuição normal, cujo valor esperado de  $x$  não depende da variância, e é dado pela equação:

$$E[x(t)] = x_0 e^{\alpha t}$$

Enquanto no GBM os preços tendem para longe do ponto de partida, no padrão de comportamento denominado de Tendência de Reversão à Média, ainda que os preços subam e desçam aleatoriamente, no longo prazo, tendem a voltar para o custo marginal de produção. O processo simples de reversão à média é denominado Processo de *Ornstein-Uhlenbeck*, e é dado pela seguinte equação:

$$dx = \eta (x - \bar{x}) dt + \sigma dz$$

Onde:  $dz$  é um incremento de Wiener,  $\eta$  é a velocidade da reversão e  $\bar{x}$  é o nível normal de  $x$ , para o qual  $x$  tende a reverter.

No Processo de Reversão à Média o valor esperado de  $x$  depende da diferença entre  $x$  e  $\bar{x}$ , assim, se o valor esperado de  $x$  for maior (menor) que o valor esperado de  $\bar{x}$ , é mais provável que os preços caiam (subam) no curto prazo. Isto significa que este tipo de comportamento não possui incrementos independentes, ainda que satisfaça as Propriedades de Markov.

Calculando a média e a variância de  $dx$ , o valor esperado de  $x$  é dado pela seguinte equação:

$$E[x_t] = \bar{x} + (x_0 - \bar{x}) e^{-\eta t}$$

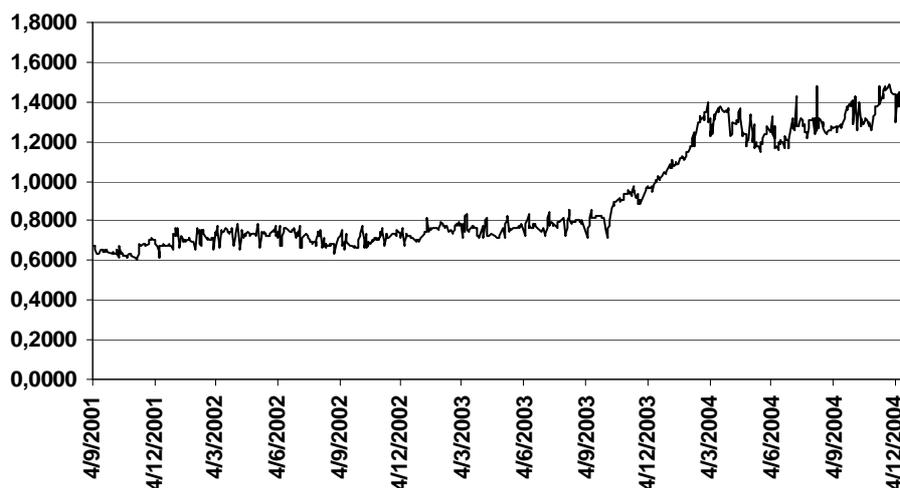
Estes são os padrões de comportamento dos preços de *commodities*, em um dos quais espera-se que a série histórica escolhida se enquadre.

### **Análise da série histórica escolhida: preços do minério de cobre**

As análises foram realizadas com a série histórica que compreende o período de setembro de 2001 a dezembro de 2004, sendo 40 meses e 808 observações de dados diários de preços a vista de fechamento disponibilizados no sítio da *COMEX*. As ferramentas estatísticas utilizadas foram o *Excel* e o software *Eviews*.

Conforme gráfico abaixo, observa-se uma tendência de crescimento com picos de oscilação periódicos. Os preços saíram do patamar de US\$ 0,673/lb no início de setembro de 2001 para alcançar US\$1,487/lb no final de dezembro de 2004. A média dos preços foi US\$0,75/lb com desvio padrão de 0,082.

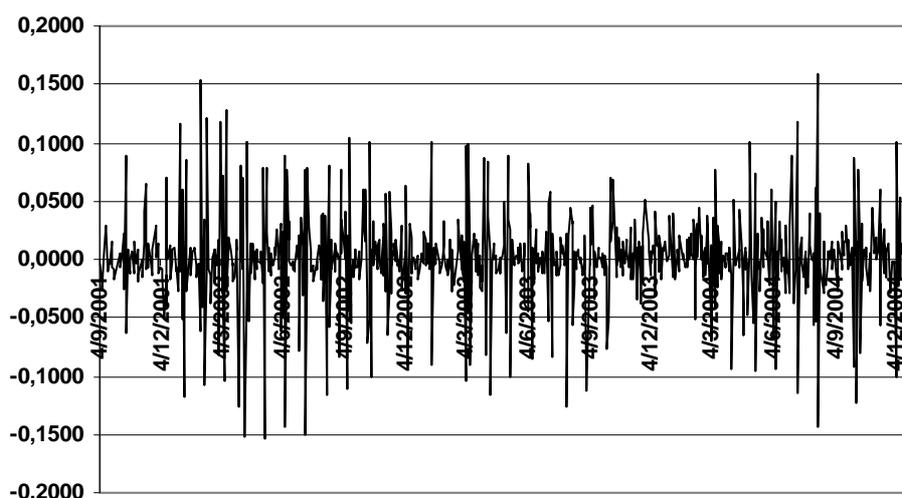
**Gráfico 1**  
**Detalhamento da variação dos preços no período de 04 de setembro de 2001 a 30 de dezembro de 2004.**



O retorno dos preços foi calculado através do logaritmo natural do quociente entre os preços de fechamento em dois dias consecutivos. O retorno médio foi de 0,085% por dia, chegando a 61,34% no período total da amostra.

A série histórica não foi deflacionada por três razões: a participação dos EUA no mercado mundial é 8% na produção e 15% no consumo de cobre. Considerando que o cobre é uma *commodity* mundial, que a inflação dos EUA no período ficou abaixo de 3%, enquanto o retorno chegou a 61,34%, o impacto da inflação americana nos preços é inexpressiva<sup>5</sup>.

**Gráfico 2**  
**Detalhamento do retorno dos preços no período de 04 de setembro de 2001 a 30 de dezembro de 2004.**



### Teste para raízes unitárias

A fim de determinar a equação que melhor representa o comportamento dos preços, primeiramente foi analisado se nesta série de preços existem raízes unitárias.

A presença de uma ou mais raízes unitárias indica não estacionaridade no comportamento de uma série histórica, ou seja, os valores tendem a aumentar com o transcorrer do tempo, assumindo diferentes padrões, quais sejam: passeio aleatório, passeio aleatório com tendência, processo com tendência determinística.

O teste utilizado para identificar raízes unitárias é o Dickey-Fuller Aumentado (ADF). Dada uma equação estocástica:

$$X_t = \mu + \phi_1 X_{t-1} + U_t$$

$H_0$ :  $\phi = 0$ ; existem raízes unitárias.

$H_1$ :  $\phi < 0$ ; não existem raízes unitárias.

### Resultados:

De acordo com testes rodados no software *Eviews*, a série estatística apresentou uma raiz unitária. Realizado o teste novamente a partir da primeira diferença da série,  $H_0$  não pôde ser rejeitada.

A implicação deste resultado é a aceitação de que a série assume um padrão tipo passeio aleatório, em detrimento do padrão de comportamento de tendência de reversão à média. Ainda que o tamanho da amostra possa ser um viés para colocar em dúvida o resultado acima encontrado, Slade (2004) adverte que enquanto alguns estudos evidenciaram padrões não estacionários, outros evidenciaram que os preços tendem à média. Posto em questão, Slade (2004) admite que os testes para presença de raízes unitárias em séries de preços geram resultados conflituosos.

### Definição do melhor modelo AR e testes para autocorrelação

Os modelos AR (*autoregressive models*) são os que representam melhor séries históricas, a exemplo esta que se está analisando. Assim, por análise dos resultados estatísticos de várias séries AR, e também testes de MA (*moving average*) através do software *Eviews*, é possível identificar qual o modelo o mais representativo da influência de preços passados sobre o preço corrente da *commodity* cobre.

Este teste é importante, pois permite identificar se o comportamento dos preços possui alguma memória, ou se de fato atende a propriedade de *Markov*.

É possível detectar a existência de autocorrelação através da plotagem dos gráficos de função de autocorrelação - ACF (*autocorrelation function*), e função parcial de autocorrelação - PACF (*partial autocorrelation function*), que indicam, respectivamente, se existe correlação entre valor corrente de  $x$  e seus valores imediatamente prévios ( $x-1$ ;  $x-2...$ ), enquanto o PACF analisa se existe correlação entre  $x$  e seus valores não imediatamente prévios ( $x-3$ ;  $x-5...$ ), eliminando os efeitos que as defasagens intermediárias podem causar.

Além da plotagem do ACF e PACF, é possível realizar testes estatísticos para detectar a dependência linear nas séries atreladas ao tempo, individualmente e em conjunto. Individualmente, significa avaliar a influência de cada preço passado (defasagem) sobre os preços correntes, através da construção de um intervalo de confiança (bicaudal) a 5% de significância, utilizando a equação:

$$\pm 1,96 * 1/ \sqrt{T}$$

Onde: T é o número de observações.

Para realizar o teste em conjunto, ou seja, se determinadas defasagens de preços passados influenciam conjuntamente os preços correntes do minério, pode ser utilizado o teste chamado Teste de Ljung-Box, usualmente conhecido como *Q-estatístico*.

De acordo com Brooks (2002), o *Q-estatístico* para uma série com  $K$  defasagens é dada pela seguinte equação:

$$Q^* = T(T+2) \sum_{k=1}^m \frac{\tau_k^2}{1-\tau_k} \sim \chi^2_m$$

Onde: T é o tamanho da amostra,  $m$  é a máxima distância entre as defasagens (*lags*),  $\tau_k$  é o coeficiente de autocorrelação e  $k$  as defasagens.

As hipóteses são, para resultados individuais e em conjunto:

$H_0$ :  $\tau_1 = 0$ ;  $\tau_2 = 0$ ;  $\tau... = 0$ ;  $\tau_{808} = 0$ ; não há correlação entre as variáveis.

$H_1$ :  $\tau \neq 0$ ; há correlação entre as variáveis.

### Resultados:

A partir de análises com a primeira diferença da série histórica, procedimento necessário para retirar o efeito da raiz unitária sobre a série histórica e permitir que os testes sejam realizados pelo método dos mínimos quadrados, foi identificado o modelo AR(6), como sendo o que melhor representa que o valor corrente dos preços da commodity cobre. Isto significa que os preços correntes foram influenciados por até seis defasagens temporais da série, o que implica na não aceitação da propriedade de Markov.

Na seqüência, foram plotados os gráficos de ACF e PACF, e resultados de Ljung-Box, considerando 20 graus de liberdade em 808 observações, para o que o valor crítico da tabela  $\chi^2$  é de 31,410. Obtiveram-se os seguintes resultados:

Analisados individualmente, com exceção do sexto coeficiente de autocorrelação, o qual caiu fora do intervalo de confiança construído, da primeira a quinta defasagem temporal, quando analisados isoladamente, não se mostraram significantes em relação a  $H_0$ .

Analisados conjuntamente até a sexta defasagem, não se pôde rejeitar a hipótese nula, de que não há correlação entre as variáveis defasadas. Sobre este aspecto de aparente contradição, no qual observou-se em dois momentos forte indício de autocorrelação e em um terceiro momento, a ausência de indício de autocorrelação, Brooks (2002), observando um caso similar, atribuiu o fato ao baixo poder de uma única variável significativa, em um conjunto no qual cinco defasagens se mostraram insignificantes.

### Teste de normalidade

O Movimento Browniano tem como premissa a distribuição normal das variáveis no tempo, enquanto séries que assumem um padrão de Movimento Geométrico Browniano possuem distribuição *lognormal*. Assim, este teste irá completar as informações necessárias para pressuposição do melhor modelo de predição para preços da *commodity* cobre.

Brooks (2002) apresenta o teste de normalidade de Bera-Jarque como o mais usualmente utilizado. Este teste permite analisar a distribuição das variáveis sob dois pontos: assimetria e curtose. O primeiro permite medir a extensão a qual a distribuição possui simetria em relação à própria média da série. O segundo compara a distribuição de frequências da amostra com a distribuição normal (Laponni, 2000). Neste sentido, a distribuição normal é simétrica e mesocúrtica.

O teste de Bera-Jarque é dado pela seguinte equação:

$$W = T[(b_1^2/6) + (b_2 - 3)^2/24]$$

Onde: T é o tamanho da amostra, b1 e b2 podem ser estimados usando os resíduos de uma regressão.

As hipóteses levantadas são:

H<sub>0</sub>: W = 3; distribuição normal.

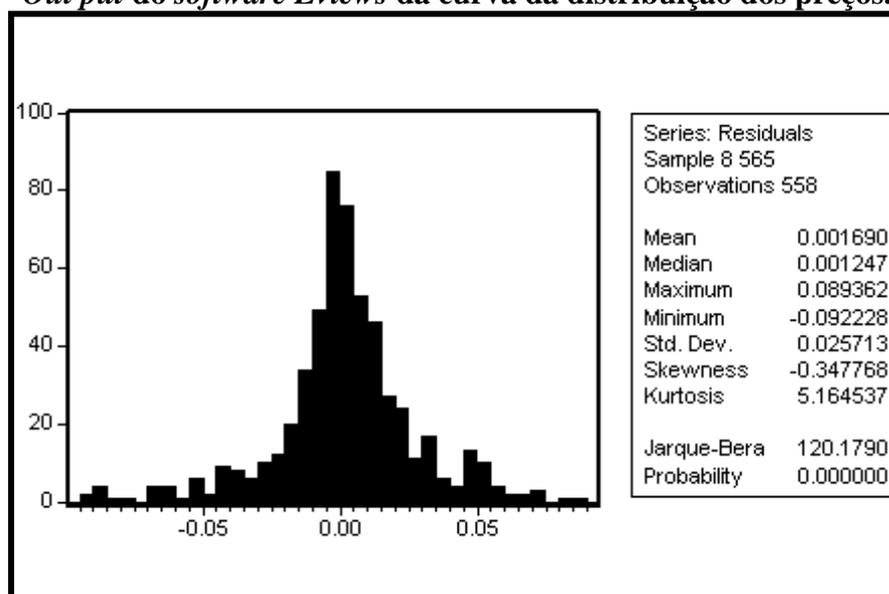
H<sub>1</sub>: W ≠ 3; distribuição não normal.

### Resultados:

H<sub>0</sub> foi rejeitada em favor de H<sub>1</sub>. De acordo com testes efetuados pelo software *Eviews*, a distribuição se mostrou leptocúrtica e levemente assimétrica à esquerda. Em um segundo momento, os testes foram realizados com a série de retorno dos preços, o qual apresentou os mesmos resultados, os quais podem ser melhor visualizados nos gráficos abaixo.

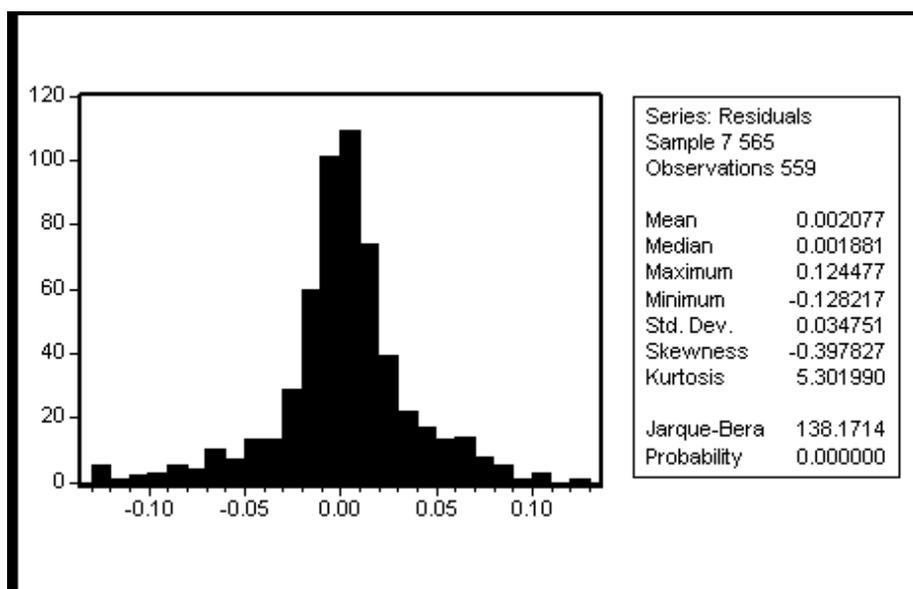
**Gráfico 3**

*Out put do software Eviews da curva da distribuição dos preços.*



**Gráfico 4**

*Out put do software Eviews da curva da distribuição dos retornos.*



### Teste para linearidade

Uma vez detectada que a distribuição não é normal, faz-se necessário testar a série temporal para linearidade. O teste mais usual é o BDS - Brock, Dechert, Scheinkman and LeBaron que é usado para testar se as variáveis aleatórias que compõem uma série são independentes e identicamente distribuídas – IID. Este teste pode detectar várias situações em que as variáveis não são IID, tais como não estacionariedade, não linearidade e caos determinístico (Brooks, 2002). O teste se baseia no conceito de *integral de correlação*  $C_m\delta$ , e foi rodado no software *Eviews*, versão 4.1.

Neste teste as hipóteses são:

$H_0$ : A série histórica possui variáveis IID: modelo possui características lineares;

$H_1$ : A série histórica não possui variáveis IID: modelo possui características de não estacionariedade, não linearidade ou caos determinístico.

### Resultados:

Os testes foram performados duas vezes, sendo a segunda com a ativação da função *Bootstrap*, para amostras pequenas, os quais obtiveram mesmo resultado.

Para o nível de significância de 5%, aceitou-se  $H_0$  para característica IID, ainda que o resultado do correlograma tenha apontado para um padrão de distribuição leptocúrtico.

### Interpretação geral dos testes

Os testes performados sugerem que:

- O modelo não é estacionário;
- Os preços correntes são influenciados por preços passados;
- A distribuição não é normal, assumindo um formato leptocúrtico com alguma assimetria à esquerda;
- Os resíduos das variáveis da série histórica analisada são independentes e identicamente distribuídos, sugerindo que a equação representativa da série é linear.

Slade (2004) argumenta que resultados de testes estatísticos podem gerar conflitos na hora de identificar o melhor modelo representativo. Este fato pode ser constatado nesta série, que

assume um comportamento peculiar, com características que fogem de alguns dos pressupostos dos modelos acima descritos.

A fim de permitir melhor visualização dos resultados, elaborou-se um quadro de referência, no qual são comparadas as características encontradas nesta série com as principais características dos movimentos de reversão à média e movimento browniano geométrico.

**Tabela 1**  
**Comparação entre as principais características dos tipos de comportamento.**

Comparação entre características encontradas nesta série com as principais características dos movimentos de reversão à média e movimento browniano geométrico.		
Movimento Browniano Geométrico	Reversão a Média	Série preços do cobre
Distribuição lognormal	Distribuição Normal	Distribuição Leptocúrtica
Não estacionário	Estacionário	Não Estacionário
Atende à propriedade de Markov	Atende à propriedade de Markov	Não atende à propriedade de Markov
Linear	Linear	Linear

Sobre este assunto, Mandelbrot (2004) argumenta que existe uma velha ortodoxia financeira fundamentada em dois pressupostos básicos: de que os preços são estatisticamente independentes e de que sua distribuição assume forma de curva normal. Todavia, os fatos demonstram o contrário: as variações de preços estão longe de seguir uma curva normal e muitas séries de preços possuem correlação com seus preços passados, em padrões diferentes de “memória”: curta, longa, periódica. E isto contradiz o modelo passeio aleatório.

Estes fatos tornam difícil enquadrar a série de preços da *commodity* cobre em um padrão convencional, é como se tentar colocar um círculo dentro de um quadrado. Entra, mas sobram arestas. De fato, a dificuldade de encontrar um modelo matemático que represente a série, aliado ao fato da imprevisibilidade do mercado, o qual é influenciado por diversos fatores, como o crescimento populacional, a utilização e descoberta de novas reservas de minério no mundo, a industrialização de países emergentes e a própria especulação financeira, torna quase impossível a tarefa de construir uma equação matemática que projete corretamente a variação dos preços futuros.

## VII. Conclusão.

Os resultados encontrados nesta pesquisa sugerem que o preço da *commodity* cobre não seguiu durante o período analisado nenhum padrão específico de comportamento. Com características que transitam entre um padrão de movimento Browniano e formas não lineares de comportamento, não foi possível definir uma equação que representasse corretamente o movimento de preços. Este fato sugere que modelos utilizados convencionalmente em projeções financeiras apresentaram baixo poder de predição de preços futuros.

Neste contexto, uma fonte interessante para novas pesquisas pode ser o modelamento de equações baseadas em modelos, como o *panel data* para séries lineares, os quais capturam melhor a relação entre os preços no tempo presente e preços passados, ao mesmo tempo em que permite a inclusão da influência de variáveis exógenas sobre o preço.

Outros modelos estatísticos desenvolvidos mais recentemente, os quais pressupõem a existência de não-linearidade nas séries temporais, como os modelos GARCH e suas variações, ou o modelo multifractal, também são uma opção para pesquisas futuras.

De certo, sabe-se que sob nenhuma circunstância o futuro pode ser adivinhado, mas a utilização de um modelo mais adequado, que minimize os aspectos subjetivos que envolvem as projeções de preços, é capaz de melhorar significativamente a capacidade de predição de receitas futuras em análise de investimentos.

Em sua essência, esta pesquisa retoma a discussão sobre paradigmas em pesquisa científica. Algumas teorias estabelecidas devem permanecer como referências importantes para o entendimento histórico da evolução da ciência, mas faz-se mister que o comportamento de preços seja estudado sob novas perspectivas e novas teorias. Em prol do benefício de gerações futuras de projetos e empresas, e conseqüentemente, da própria população.

**Notas**

- 1- Tradução livre de “an article of commerce”.
- 2- A relação entre libra e quilograma é de  $1\text{lb} = 0,453\text{ kg}$ .
- 3- Esta propriedade assume que a probabilidade de distribuição para  $x_{t-1}$  depende exclusivamente de  $x_t$  e não do que aconteceu anteriormente à  $x_t$ , ou seja, somente o valor presente é relevante para prever o futuro. A propriedade de Markov é importante pois simplifica a análise de um processo estocástico.
- 4- Conforme Dixit e Pindyck citam em seu livro, o nome Movimento Browniano recebeu este nome em 1827, após o botânico Robert Brown observar e descrever o movimento de pequenas partículas suspensas em líquido. Em 1905 Albert Einstein propôs uma teoria matemática para descrever o movimento, mas foi Norbert Weiner que a desenvolveu com mais rigor em 1923.
- 5- De acordo com informações da Associação Brasileira de Cobre e Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas.

## Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE COBRE. Anuário Estatístico do Cobre 2004. Disponível em: <<http://www.procobre.org.br>>
- BESSEMBINDER, H.; COUGHENOUR, J. F.; SEGUIN, P. J.; SMOLLER, M. M. *Mean Reversion in Equilibrium Asset Price: Evidence From the Futures Term Structure*. The Journal of Finance. vol. 50, n. 1, mar/1995.
- BROOKS, C. Introductory Econometrics for Finance. Cambridge University Press. United Kingdom: 2002.
- CHOWDHURY, A. R. *Futures Market Efficiency: Evidence for Cointegration Tests*. The Journal of Futures Markets. V. 11, nº 5, out./1991, p.577-589.
- Companhia Vale do Rio Doce. Rio de Janeiro, Brasil. Disponível em: <<http://www.cvrd.com.br>>
- DIXIT, A. K.; PINDYCK, R. S. Investment Under Uncertainty. Princeton University Press. New Jersey, USA: 1993.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. *Commodities Future Price. Some Evidence of Forecast Power, Premiums and Theory of Storage*. The Journal of Business, vol.60, n.1, jan/1987.
- GIBSON, R.; SCHWARTZ, E. S. *Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims*. The Journal of Finance. Vol 45. n.3, jul/1990.
- LAPPONI, J. C. Estatística Usando Excel. Lapponi Treinamento e Editora Ltda. São Paulo: 2000.
- MCMILLAN, D. G.; SPEIGHT, A. E. H. *Non-ferrous Metals Price Volatility: a component analysis*. Resource Policy. V. 27, 2001, p.199-207.
- MANDELBROT, B.; HUDSON, R. L. Mercados Financeiros Fora de Controle: a Teoria dos Fractais Explicando o Comportamento dos Mercados. Editora Campus. Rio de Janeiro: 2004.
- New York Mercantile Exchange. USA. Disponível em: <<http://www.nymex.com>>
- ROSA, M. E. Os Minerais e o Brasil. Revista Ciênciaonline. Ano II, n.06, março-maio, 2003. Disponível em: <[http://www.cienciaonline.org/revista/02\\_06/geologia/](http://www.cienciaonline.org/revista/02_06/geologia/)>
- SANDRONI, P. Novo dicionário de Economia. Ed. Best Seller. Disponível em: <<http://www.ens.ufsc.br/dicionario.htm>>
- SLADE, E. M. *Valuing Managerial Flexibility: An Application of Real-Option Theory to Mining Investments*. Journal of Environmental Economics and Management. n. 41, 2001, p.193-233.
- \_\_\_\_\_; THILLE, H. Commodity Spot Price: An Exploratory Assessment of Market-Structure and Forward-Trading Effects. September: 2004. Disponível em: <[www2.warwick.ac.uk/fac/soc/economics/staff/faculty/slade/wp/](http://www2.warwick.ac.uk/fac/soc/economics/staff/faculty/slade/wp/)>
- TERCEIRO, A. Métodos Probabilísticos de Pesquisa Operacional. UFBA:2003. Disponível em: <<http://twiki.im.ufba.br/bin/view/MAT160/ProcessosEstocasticos>>
- The New Merriam-Webster Dictionary. Ed. Merriam-Webster Inc., Publishers, Massachusetts, USA: 1989.

## APÊNDICES

Apêndice A - Testes para raízes unitárias No nível.

Primeira diferença

ADF Test Statistic	0.105011	1% Critical Value*	-3,4444	
		5% Critical Value	-2,8670	
		10% Critical Value	-2,5697	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root. Dependent Variable: D(PRICE) Method: Least Squares Date: 03/05/05 Time: 00:17 Sample(adjusted): 7 808 Included observations: 801 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PRICE(-1)	0.001518	0.014456	0.105011	0.9164
D(PRICE(-1))	-0.390665	0.044598	-8.759.750	0.0000
D(PRICE(-2))	-0.274282	0.046750	-5866949	0.0000
D(PRICE(-3))	-0.230062	0.046766	-4919456	0.0000
D(PRICE(-4))	-0.161563	0.045933	-3517382	0.0005
D(PRICE(-5))	-0.095028	0.042927	-2213736	0.0273
C	0.000451	0.010856	0.041585	0.9668
R-squared	0.150142	Mean dependent var	0.000795	
Adjusted R-squared	0.140905	S.D. dependent var	0.028020	
S.E. of regression	0.025971	Akaike info criterion	-4451235	
Sum squared resid	0.372318	Schwarz criterion	-4397062	
Log likelihood	1.251.120	F-statistic	1625341	
Durbin-Watson stat	2.013.732	Prob(F-statistic)	0.000000	

## Apêndice B – Correlação entre variáveis

Análise de resultados estatísticos em várias séries AR (*autoregressive process*), através do software *Eviews*.

ADF Test Statistic	-13,96459	1% Critical Value*	-3,44440	
		5% Critical Value	-2,86700	
		10% Critical Value	-2,56970	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root. Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PRICE,2) Method: Least Squares Date: 03/05/05 Time: 00:22 Sample(adjusted): 8 808 Included observations: 800 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PRICE(-1))	-2.366.812	0.169487	-1.396.459	0.0000
D(PRICE(-1),2)	0.967827	0.150844	6.416.079	0.0000
D(PRICE(-2),2)	0.678666	0.127144	5.337.781	0.0000
D(PRICE(-3),2)	0.426399	0.100650	4.236.457	0.0000
D(PRICE(-4),2)	0.238022	0.072564	3.280.173	0.0011
D(PRICE(-5),2)	0.103651	0.042462	2.441.040	0.0150
C	0.001709	0.001100	1.552.956	0.1210
R-squared	0.671111	Mean dependent var	3.85E-05	
Adjusted R-squared	0.667530	S.D. dependent var	0.044835	
S.E. of regression	0.025852	Akaike info criterion	-4460395	
Sum squared resid	0.368247	Schwarz criterion	-4406147	
Log likelihood	1.251.450	F-statistic	1873896	
Durbin-Watson stat	2.005.206	Prob(F-statistic)	0.000000	

Dependent Variable: D(PRICE)				
Method: Least Squares				
Date: 03/05/05 Time: 00:44				
Sample(adjusted): 8 808				
Included observations: 800 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 2 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.395136	0.042464	-9.305.285	0.0000
AR(2)	-0.284225	0.045362	-6.265.781	0.0000
AR(3)	-0.247013	0.046273	-5.338.221	0.0000
AR(4)	-0.183244	0.046280	-3.959.498	0.0001
AR(5)	-0.129752	0.045336	-2.862.020	0.0044
AR(6)	-0.100153	0.042456	-2.358.966	0.0187
R-squared	0.155150	Mean dependent var		0.000763
Adjusted R-squared	0.147498	S.D. dependent var		0.028035
S.E. of regression	0.025885	Akaike info criterion		-4.459.612
Sum squared resid	0.369858	Schwarz criterion		-4.413.113
Log likelihood	1.250.232	F-statistic		2.027.416
Durbin-Watson stat	2.003.745	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	.49+.54i	.49 -.54i	-.10 -.65i	-.10+.65i
	-.59 -.30i	-.59+.30i		

## Testes para ACF, PACF e Q-estatístico.

Date: 03/05/05 Time: 00:47						
Sample: 8 808						
Included observations: 800						
Q-statistic probabilities adjusted for 6 ARMA term(s)						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
.		1	-0.009	-0.009	0.0441	
.		2	-0.016	-0.016	0.1881	
.		3	-0.023	-0.024	0.4942	
.		4	-0.029	-0.029	0.9594	
.		5	-0.033	-0.035	1,5820	
.		6	-0.043	-0.045	2,6141	
*	*	7	-0.076	-0.080	5,8874	0.015
*	*	8	-0.058	-0.065	7,7983	0.020
.		9	-0.014	-0.024	7,9158	0.048
.		10	0.024	0.013	8,2489	0.083
.		11	0.019	0.008	8,4647	0.132
.		12	-0.031	-0.043	9,0177	0.173
.		13	-0.004	-0.017	9,0251	0.251
.		14	0.014	0.001	9,1403	0.331
.		15	-0.007	-0.019	9,1672	0.422
*	*	16	-0.074	-0.083	12,3310	0.264
*	*	17	-0.077	-0.085	15,7970	0.149
*	*	18	-0.095	-0.108	21,0510	0.050
. *		19	0.070	0.051	23,8900	0.032
. *		20	0.181	0.170	43,0130	0.000

**Apêndice C – Teste BDS para Linearidade**

BDS Test for PRICES					
Date: 03/09/05 Time: 15:10					
Sample: 1 808					
Included observations: 808					
Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Normal Prob.	Bootstrap Prob.
2	0.157484	0.004286	3.674.610	0.0000	0.0000
3	0.263059	0.006835	3.848.941	0.0000	0.0000
4	0.330859	0.008169	4.050.157	0.0000	0.0000
5	0.372762	0.008547	4.361.167	0.0000	0.0000
6	0.398068	0.008275	4.810.289	0.0000	0.0000
Raw epsilon		0.1026931			
Pairs within epsilon		225173.00	V-statistic	0.7053740	
Triples within epsilon		98918295.	V-statistic	0.5484427	
Dimension	C(m,n)	c(m,n)	C(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))^k
2	104425.00	0.657729	112292.00	0.707280	0.500245
3	98.150.000	0.620405	112265.00	0.709626	0.357346
4	92.666.000	0.587829	112238.00	0.711985	0.256970
5	87.777.000	0.558804	112213.00	0.714368	0.186042
6	83.524.000	0.533631	112183.00	0.716733	0.135564