

# **Avaliação e Teste de Dois Modelos de Formação de preço de Ativos Baseados no Consumo para o Brasil: Uma Abordagem baseada em Teoria da Informação**

**Eurilton Araújo\***  
*IBMEC-SP*

**RESUMO:** Uma vez que as amostras, para consumo e retornos de ativos, usando dados brasileiros, possuem tamanho pequeno, o que faz com que o poder do teste de restrições de sobre-identificação baseado no GMM seja baixo, uma abordagem GMM impõe dificuldades à avaliação de núcleos de formação de preço de ativos mais adequados para descrever fenômenos associados ao mercado de ativos no Brasil. Este ensaio trata da questão de avaliar e testar dois modelos de formação de preço de ativos utilizando um estimador de método de momentos baseado em teoria da informação, que minimiza o Critério de Informações de Kullback-Leibler (KLIC). O objetivo é comparar o método GMM tradicional com a abordagem alternativa, baseada em teoria da informação, que tem propriedades em amostras finitas promissoras. O ensaio se concentra em comparar resultados relativos a testes de restrições de sobre-identificação e as estimativas de parâmetros.

**Palavras-chave:** estimador KLIC, GMM, formação de preço de ativos.

---

*Recebido em 15/01/2006; revisado em 03/04/2006; aceito em 02/05/2006.*

***Correspondência com autor:***

*\* Corresponding author:*

*Eurilton Araujo*

Doutor em Economia

Fucape Business School

Adress: Av. Saturnino Rangel Mauro -

Pontal de Camburi - Vitória - Brazil –

CEP 29062-030

Email: [eurilton@gmail.com](mailto:eurilton@gmail.com)

Telephone: (27) 40094444

*Nota do Editor: Este artigo foi aceito por Alexandro Broedel Lopes.*

## 1. INTRODUÇÃO

**E**ste ensaio compara duas abordagens alternativas para avaliação e teste de dois modelos de formação de preço de ativos baseados em consumo utilizando dados brasileiros.

Issler and Piqueira (2000) aplicaram o método GMM padrão para a avaliação de três tipos de núcleos de formação de preço de ativos para o Brasil. Utilizando dados trimestrais, eles não conseguiram rejeitar modelos com aversão relativa ao risco constante e persistência externa de hábitos, tomando como base os testes padrão de restrições de sobre-identificação. Eles mencionam o baixo poder dos testes padrão de restrições de sobre-identificação como uma possível explicação para sua incapacidade de rejeitar esses núcleos de formação de preço de ativos.

Diversas simulações de Monte Carlo indicaram que o GMM de Hansen apresenta propriedades em amostras finitas deficientes. Hansen, Heaton & Yaron (1996) e Smith (1999) mostram que em amostras finitas, o comportamento de estatísticas importantes baseadas em procedimentos baseados no GMM padrão está longe das previsões apoiadas por resultados assintóticos, baseados em aproximações de primeira ordem.

A literatura econométrica desenvolveu-se na direção do estudo de variantes do método de momentos, que podem proporcionar aos pesquisadores aplicados procedimentos econométricos caracterizados por melhores propriedades em amostras finitas.

Os testes baseados em Verossimilhança Empírica são candidatos a serem usados como alternativa ao GMM de Hansen e são potencialmente capazes de gerar melhores resultados em amostras pequenas. Com o uso do critério de informações de Kullback- Leibler (KLIC) como medida da distância entre duas distribuições, é possível formular um estimador de método de momentos, baseado em teoria da informação, dentro da classe de estimadores de Verossimilhança Empírica. A estratégia de estimação baseada em teoria da informação será discutida na terceira seção.

É importante destacar que vários estudos de Monte Carlo comprovam o maior poder, ajustada por tamanho, de testes baseados em teoria da informação em pequenas amostras, comparativamente à abordagem GMM tradicional. Kitamura e Stutzer (1997) e Imbens et al. (1998) são ensaios seminais que estudam tanto o comportamento assintótico como o comportamento em amostra finita de métodos de Verossimilhança Empírica. Gregory et al. (2002) realizaram um estudo de Monte Carlo, no contexto de modelos de formação de preços de ativos, aplicando o estimador KLIC, baseado em teoria da informação, para testar dois núcleos de formação de preço de ativos (especificações com aversão absoluta e relativa ao risco constantes). Os ensaios acima mencionados geram evidência de boas propriedades em amostra finitas com relacionadas ao estimador KLIC.

O objetivo deste ensaio é utilizar o método de momentos baseado em teoria da informação, conforme discutido em Kitamura e Stutzer (1997), para estimar e fazer inferência sobre parâmetros, buscando comparar os resultados empíricos com os advindos quando o método GMM padrão é empregado. O foco será concentrado em estimativas de parâmetros e testes de restrições de sobre-identificação.

O ensaio é organizado em quatro seções adicionais. A segunda descreve a base de dados. A terceira discute o método de momentos baseado em teoria da informação e sua relação com o GMM padrão. Na quarta seção, será apresentada uma comparação entre estimativas pontuais e resultados de testes de restrições de sobre-identificação gerados pelo GMM de Hansen e pelo estimador baseado em teoria da informação. A última seção apresenta as conclusões deste ensaio.

## 2. A BASE DE DADOS

Os dados usados são do IPEA DATA<sup>1</sup> e da BOVESPA. A base de dados vai de 1974 a 1999 com frequência trimestral.

Dados brutos coletados do IPEA DATA são: o índice de preço IGP-DI, população anual, consumo doméstico final e uma série de taxa de juros sem riscos (Taxa Over /Selic). Os retornos do IBOVESPA são usados como taxa de retorno para o ativo arriscado.

O consumo doméstico não foi ajustado sazonalmente.

O IBOVESPA e a Taxa Over/Selic originalmente eram séries mensais e foram acumuladas para gerar dados disponíveis com frequência trimestral.

O IGP-DI foi usado, já que estava disponível desde 1944. Foi feita uma comparação entre variáveis deflacionadas com o uso do IGP-DI e do INPC, disponível somente desde 1979 e teoricamente melhor adequado para deflacionar séries de consumo. As propriedades de consumo real e taxa real de retornos com o uso de deflatores alternativos são bem parecidas.

Issler e Piqueira (2000) empregaram o IGP-DI e Domingues (2000) concluiu que o emprego do índice IGP-DI ou o INPC não induziram a nenhuma grande mudança nas propriedades de séries de consumo real e taxa real de retorno. Portanto, os retornos de ativos sem risco e arriscados foram deflacionados com o uso do IGP-DI.

A tarefa estratégica na construção da base de dados é computar a série de consumo real per capita, já que dados trimestrais para consumo final doméstico não estão disponíveis antes de 1991.

O primeiro passo é a construção da série de consumo real. Após isso, para computar valores per capita, foram usados dados anuais de população e uma interpolação linear simples foi capaz de gerar séries de população trimestral. Os erros associados com a interpolação linear não devem ser muito altos já que a série de população anual original é muito suave. A discussão sobre como se pode obter série de consumo real trimestral de 1974 a 1990 é pertinente.

A limitação que se enfrenta é que os dados trimestrais para consumo final doméstico só começam em 1991. A mesma série em frequência anual está disponível desde 1947. As informações de 1974 a 1990 podem ser usadas para tentar encontrar uma aproximação para valores trimestrais perdidos.

A idéia é estimar os dados trimestrais perdidos de 1974 a 1990 com o uso de uma abordagem baseada em Filtro de Kalman. O método para calcular observações perdidas com o emprego de uma estrutura em espaço de estado foi primeiramente proposto por Harvey e Pierse (1984). Uma aplicação desta metodologia para calcular séries de PIB mensal a partir de valores trimestrais para a Suíça foi feita por Cuche e Hess (2000).

A estrutura Econométrica para calcular os dados trimestrais perdidos em geral pode ser descrita pelas seguintes equações:

$$s_{t+1} = F s_t + C' x_{t+1} + v_{t+1} \quad (1)$$

$$y_t^+ = h_t' s_t \quad (2)$$

A primeira equação descreve a dinâmica da série de consumo trimestral real não observada ( $y_t$ ).

<sup>1</sup> www.ipeadata.gov.br

O estado pode ser escrito como:  $s_t = [y_t y_{t-1} y_{t-2} y_{t-3}]^T$

$x_t$  é qualquer série relacionada à variável não observada e *ipso facto* potencialmente capaz de melhorar a estimação do componente não observado.

$y_{t+}$  é a série observada para consumo real. Para  $t = 1974$  a 1990 é usada a série de dados anual. Para  $t = 1991$  a 1999, a série de consumo trimestral real disponível é empregada como valores observados. A série de consumo anual e trimestral real foi formada deflacionando-se a respectiva série nominal, com o uso do IGP-DI.

Os coeficientes  $h_t$  são definidos a seguir:

$h_t = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$  para  $t = 1974$  a 1990 e  $h_t = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$  para  $t = 1991$  a 1999

A definição acima é capaz de considerar a restrição de agregação envolvendo o consumo anual e o consumo trimestral. De 1991 a 1999, não é necessário impor a restrição já que a série de consumo trimestral é agora observada.

A estrutura Econométrica descrita acima foi usada de dois modos. Primeiro, uma estrutura auto-regressiva foi imposta a  $y_t$  e nenhuma série adicional foi usada para melhorar a qualidade da estimação de  $y_t$ . Segundo, a estimação dos valores trimestrais perdidos foi feita usando o consumo residencial de energia e a produção industrial de bens de consumo como séries adicionais em  $x_t$ . O consumo de energia é uma série mensal e está disponível desde 1976 e a produção industrial de bens de consumo é uma série trimestral disponível desde 1975. Assim, pelo segundo modo de calcular os valores perdidos, a primeira observação usada começou em 1976.

Os dois modos de calcular os valores trimestrais perdidos são qualitativamente equivalentes. Portanto, o resultado da primeira abordagem é adotado como a série de consumo real a ser empregada na construção da série de consumo per capita real que vai finalmente ser usada para fins de estimação dos modelos.

Os três primeiros trimestres de dados de consumo per capita reais foram descartados. Os dados empregados para estimação vão de 1974 (T4) a 1999 (T4).

A Tabela 1 abaixo resume as estatísticas básicas associadas às séries que serão empregadas na estimação de núcleos de formação de preço de ativos. Rf é o retorno bruto da *Taxa Over/Selic* real, a taxa de retorno sem risco. Ribo é o retorno bruto real do IBOVESPA, que mede a taxa de retorno do ativo com risco. E finalmente, Cg denota a série de crescimento do consumo per capita real.

**Tabela 1. Estatísticas descritivas – 1975 (T1) a 1999 (T4)**

Variável	Media	Desvio Padrão	Skewness	Kurtosis
Cg	1.000681	0.067772	3.307907	27.67400
Rf	1.013707	0.083953	-1.595800	10.47141
Ribo	1.047722	0.257595	0.587581	3.725827

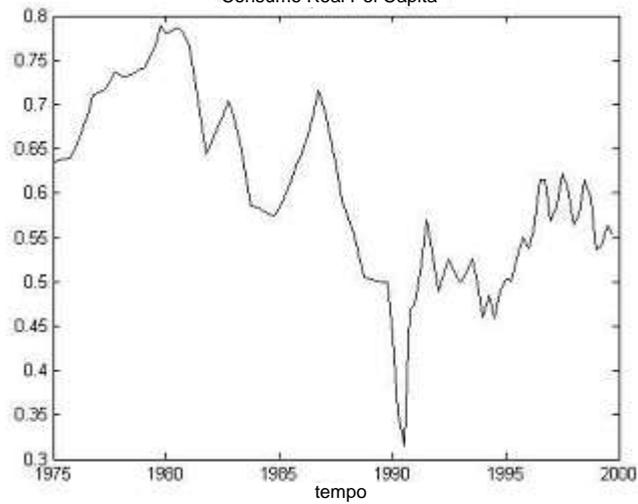
As figuras 1, 2 e 3 mostram o gráfico das séries de tempo do consumo per capita real, Ribo e Rf, respectivamente.

### 3 PROCEDIMENTOS DE ESTIMAÇÃO E TESTE

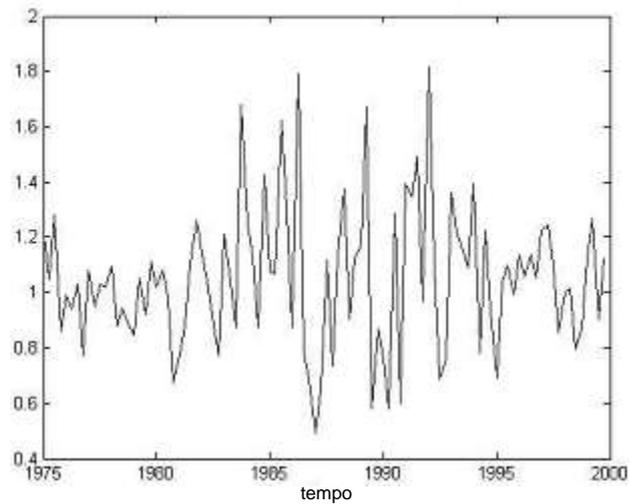
#### 3.1. O Método de Momentos baseado em Teoria da Informação

Esta seção apresenta o método de momentos baseado em Teoria da Informação, que minimiza a distância KLIC e discute sua relação com o GMM de Hansen.

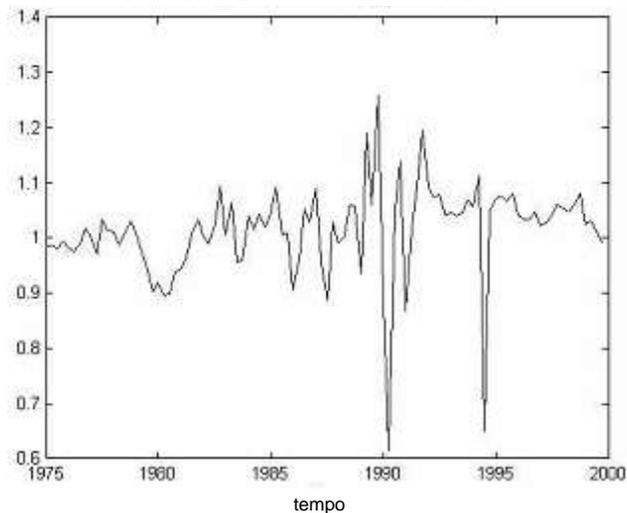
**Figura 1: Consumo Real**  
Consumo Real Per Capita



**Figura 2: Retorno do Ibovespa**  
Retorno bruto Real IBOVESPA



**Figura 3: Retorno sem Risco**  
Retorno Bruto Real sem Risco



GMM:

Seja  $\theta$  o vetor de parâmetros de um modelo geral de formação de preço de ativo. As condições de momento podem ser geradas pela escolha de instrumentos apropriados em conjunto com a teoria econômica e podem ser escritas como:

$$E_v[f_i(y, \theta_0)] = \int [f_i(y, \theta_0)] dv(y) = 0 \tag{3}$$

para  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Aqui  $y$  é um vetor de pontos amostrais e o número total de observações é  $T$ . O número de condições de momento é igual a  $m$ .

$\theta_0$  é o vetor de parâmetros a ser estimado e  $E_v$  é a expectativa com relação à medida de probabilidade  $v$ .

O análogo empírico será:

$$f_{i,T}(\theta) = \sum_{t=1}^T \frac{1}{T} f_i(y_t, \theta) \tag{4}$$

para  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Seja  $f_T(\theta)$  o vetor de momentos com o componente  $i$  igual a  $f_{i,T}(\theta)$ . O estimador de GMM é:

$$\hat{\theta}_{GMM} = \underset{\theta}{\text{ArgMin}} f_T(\theta)' W f_T(\theta) \tag{5}$$

$W$  é a matriz de ponderação, calculada a partir da inversa da variância assintótica das condições de momento. Para obter mais detalhes sobre o GMM, ver a discussão no livro texto de Hamilton (1994).

Kitamura e Stutzer (1997) propuseram uma alternativa ao GMM de Hansen baseado no seguinte problema de minimização.

$$\underset{P \in M}{\text{MinD}}(P, v) = \int \log\left(\frac{dP}{dv}\right) dP \tag{6}$$

sujeito a:  $E_p[f_i(y, \theta)] = 0$  para  $i = 1, 2, \dots, m$ .

A expressão denotada por  $D(P, v)$  mede a distância de Kullback- Liebler entre as duas medidas de probabilidade, sendo zero apenas se  $P = v$ . Se não houver um vetor de parâmetros que satisfaça as condições de momento, então o modelo é rejeitado e  $P \neq v$ .

O procedimento de estimação KLIC busca valores no espaço de parâmetros capazes de fazer a medida  $P$ , que pertence ao conjunto  $M$  de medidas admissíveis, o mais próximo possível de  $v$ .

A versão de amostra deste problema de otimização é:

$$\underset{P, \theta}{\text{Min}} \sum_{t=1}^T \log(T p_t) p_t \tag{7}$$

Condicionada a:

$$\sum_{t=1}^T f_i(y_t, \theta) p_t = 0 \quad \text{e} \quad \sum_{t=1}^T p_t = 1 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, m$$

A expressão para  $p_t$  é:

$$p_t = \frac{\exp(t' f(y_t, \theta))}{\sum_{t=1}^T \exp(t' f(y_t, \theta))} \quad (8)$$

onde  $t$  é um vetor de dimensão  $m$  que pode ser interpretado como os multiplicadores de Lagrange no problema de minimização acima.

O GMM foca sua atenção na incapacidade de valores de parâmetros, diferentes do valor verdadeiro, em satisfazer as condições de momento definidas em termos da medida  $\nu$  original.

A estimação discutida aqui propõe uma modificação de medidas que permite com que qualquer parâmetro diferente do verdadeiro satisfaça as condições de momento, agora definidas em termos de uma nova medida  $P$ .

Naturalmente, somente o valor verdadeiro do parâmetro é capaz de satisfazer as condições de momento associadas com a medida  $\nu$  original. Portanto, a medida  $P$  transformada associado com o vetor de parâmetro exato é essencialmente igual à medida  $\nu$  original em um sentido estatístico. Com isto em mente, faz sentido buscar um parâmetro que minimize a distância entre a medida transformada e a original.

Para implementar o método descrito acima, primeiro é necessário suavizar as condições de momento. O estimador não suavizado ainda é consistente, mas não é eficiente assintoticamente. As condições de momento suavizadas podem ser escritas conforme a expressão a seguir:

$$f_{si}(\theta) = \sum_{t=1}^T \frac{1}{2K+1} f_i(y_{t-k}, \theta) \quad (9)$$

para  $i = 1, 2, \dots, m$

O estimador baseado em teoria da informação pode ser calculado conforme a seguinte equação:

$$(\hat{\theta}, \hat{t}) = \arg \text{Max}_{\theta} \text{Min}_{t} \{ \hat{Q}(\theta, t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \exp(t' f_s(\theta, t)) \} \quad (10)$$

O estimador baseado em teoria da informação é consistente e, para uma aproximação de primeira ordem, é assintoticamente equivalente ao estimador de GMM padrão. Portanto, os resultados de normalidade assintótica associados ao GMM ainda são válidos para o estimador KLIC. As provas desses resultados e uma discussão técnica profunda podem ser encontradas em Kitamura e Stutzer (1997) e em Imbens et al. (1998).

Em resumo, a distribuição assintótica de  $\hat{\theta}$  é:

$$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta_0) \xrightarrow{d} N(0, V).$$

onde  $V$  é dado por :

$$V = \left\{ E\left(\frac{\partial f_s(y, \theta)}{\partial \theta}\right)' [E(f_s(y, \theta) f_s(y, \theta)')]^{-1} E\left(\frac{\partial f_s(y, \theta)}{\partial \theta}\right) \right\}^{-1} \quad (11)$$

Uma estimativa consistente da matriz  $V$  pode ser construída com o uso dos análogos empíricos das expectativas acima, nas quais cada ponto amostral tem de ser ponderado pela probabilidade estimada  $\hat{p}_t$ .

Um teste de restrições de sobre-identificação pode ser construído com o uso da seguinte estatística de teste:

$$-\frac{2T}{2K + 1} \log(\hat{Q}(\theta, t)) \quad (12)$$

Sob a hipótese nula (3), a estatística de teste acima apresenta uma distribuição qui-quadrado com graus de liberdade dados por: quantidade de condições de momento menos quantidade de parâmetros a serem estimados, isto é,  $m$  menos a quantidade de elementos no vetor de parâmetros  $\theta$ .

Um valor excessivamente grande para a estatística de teste resulta na rejeição da hipótese nula, como habitualmente acontece em testes do tipo qui-quadrado.

Naturalmente, é possível construir estatísticas de teste parecidas com as de Wald, Multiplicador de Lagrange e Razão de Verossimilhança a partir do método de momentos baseado em teoria da informação, proposto por Kitamura e Stutzer (1997).

Por exemplo, o Teste de Wald pode ser implementado da seguinte maneira.

Suponha que temos  $nr$  restrições, possivelmente não lineares, envolvendo os parâmetros de um modelo de formação de preço de ativo. Essas restrições podem ou não valer no modelo para o vetor de parâmetros verdadeiros. Portanto, é importante testar a seguinte hipótese nula  $H_0: R(\theta) = a$ . Observe que  $nr$  é menor que a quantidade de elementos no vetor de parâmetros  $\theta$ .

A estatística Wald é dada por:

$$Wald = T[(R(\hat{\theta}) - a)[A_T V_T A_T']^{-1}(R(\hat{\theta}) - a)] \quad (13)$$

A estatística de Wald é assintoticamente distribuída como qui-quadrado com graus de liberdade dados por  $nr$ .

$A_T$  é uma estimativa consistente da matriz Jacobiana de  $R$  e  $V_T$  é uma estimativa consistente de  $V$ .

O teste de Wald será usado posteriormente para avaliar alguma restrição paramétrica associada com núcleos de formação de preço de ativos.

### 3.2 Núcleos de Formação de Preço de Ativos

Modelos de formação de preço de ativos baseados em consumo são fundamentados em escolhas de carteiras e decisões de consumo de um indivíduo representativo em um cenário dinâmico e estocástico.

A Equação de Euler, derivada do problema de otimização do consumidor representativo, pode ser escrita da seguinte maneira:

$$1 = E_t[(1 + r_{it+1})M_{t+1}] \quad (14)$$

De acordo com o tipo de preferência considerado  $M_{t+1}$ , o fator de desconto estocástico assumirá diferentes especificações funcionais.

Neste ensaio, somente dois núcleos de formação de preço de ativo são objeto do estudo.

- O núcleo de formação de preço de ativo associado a preferências com coeficientes de aversão relativa ao risco constante (CRRA), caracterizado pela função potência como função utilidade:

$$u(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma} - 1}{1 - \gamma} \quad (15)$$

A equação de Euler neste caso é dada por:

$$E_t[\beta(1 + r_{it+1})\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma}] = 1 \quad (16)$$

- O núcleo de formação de preço do ativo associado a preferências com persistência externa de hábitos, dadas pela seguinte especificação de função de utilidade:

$$u(C_t) = \frac{\left(\frac{C_t}{X_t}\right)^{1-\gamma} - 1}{1 - \gamma} \quad (17)$$

A variável  $X_t$  é definida da seguinte forma:  $X_t = \overline{C_{t-1}}^k$ , onde  $\overline{C_{t-1}}^k$  é o consumo total do passado. O parâmetro  $k$  governa o grau de não-separabilidade temporal.

A equação de Euler para esta classe de preferência será:

$$E_t[\beta(1 + r_{it+1})\left(\frac{C_t}{C_{t-1}}\right)^{k(1-\gamma)}\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma}] = 1 \quad (18)$$

Os parâmetros importantes para os dois núcleos considerados são: o coeficiente de aversão relativa ao risco  $\gamma$ , o fator de desconto intertemporal  $\beta$  e o parâmetro de não-separabilidade temporal  $k$ .

Esses núcleos de formação de preço de ativos são discutidos mais extensivamente no capítulo 8 de Campbell et al. (1997).

### 3.3 O Exercício Econométrico Aplicado

É importante descrever o procedimento empírico adotado neste ensaio.

Primeiro, o GMM de Hansen e o método de momentos baseado na distância KLIC são usados para estimar os modelos de formação de preço de ativos mencionados na subseção anterior.

O núcleo de Bartlett com o parâmetro de suavização  $k = 6$  foi empregado na construção da matriz de ponderação ótima para executar a estimação via GMM. Para comparar o GMM e os estimadores baseados na distância KLIC, o mesmo número  $k = 6$  foi

usado para suavizar as condições de momento para implementar a abordagem baseada em teoria da informação, de acordo com (9).

São usados quatro conjuntos de instrumentos para cada modelo de formação de preço de ativo considerado, detalhados nas tabelas 2 e 3 a seguir.

**Tabela 2. Instrumentos - CRRA**

Primeiro Conjunto	$[cons \ Ribo_t \ \frac{C_t}{C_{t-1}}]$
Segundo Conjunto	$[cons \ Ribo_t \ \frac{C_{t-1}}{C_{t-2}}]$
Terceiro Conjunto	$[cons \ Ribo_t \ \frac{C_t}{C_{t-1}} \ \frac{C_{t-1}}{C_{t-2}}]$
Quarto Conjunto	$[cons \ Ribo_t \ \frac{C_{t-1}}{C_{t-2}} \ \frac{C_{t-2}}{C_{t-3}}]$

**Tabela 3. Instrumentos - Hábito Externo**

Primeiro Conjunto	$[cons \ Ribo_t \ \frac{C_{t-1}}{C_{t-2}} \ \frac{C_{t-2}}{C_{t-3}}]$
Segundo Conjunto	$[cons \ Ribo_t \ \frac{C_{t-2}}{C_{t-3}} \ \frac{C_{t-3}}{C_{t-4}}]$
Terceiro Conjunto	$[cons \ Ribo_t \ \frac{C_t}{C_{t-1}} \ \frac{C_{t-1}}{C_{t-2}}]$
Quarto Conjunto	$[cons \ Ribo_t \ \frac{C_t}{C_{t-1}} \ \frac{C_{t-2}}{C_{t-3}}]$

Notação: *cons* denota uma constante, *Ribo* é o retorno bruto do IBOVSPA. Além disso, séries de crescimento do consumo com diferentes defasagens são incluídas como instrumentos.

Após o término do estágio de estimação, o segundo passo é executar testes de restrições de sobre-identificação, que avaliarão a capacidade do núcleo de formação de preço do ativo em questão de descrever as regularidades empíricas nos dados.

Na seqüência, algumas restrições paramétricas serão testadas com o uso do Teste de Wald visando reunir evidências para validar alguma característica específica associada com a função de utilidade do agente representativo.

Conforme indicado antes, a questão básica é comparar os resultados derivados de diferentes estratégias de estimação. As questões de interesse são:

- Os dois métodos efetivamente comprovam ou rejeitam características qualitativas específicas associadas com determinadas especificações de formação de preço de ativo?
  - Os métodos efetivamente rejeitam ou comprovam características específicas com a mesma intensidade? Por exemplo, eles rejeitam a mesma característica com igual intensidade ou um método rejeita uma determinada característica mais intensamente que o outro?
  - Existe alguma característica unânime relacionada às preferências do agente representativo, que seja fortemente validada pelos dois métodos?
- A seção a seguir resume as conclusões empíricas e responde às perguntas acima.

## 4. RESULTADOS EMPÍRICOS

### 4.1 Estimativas de Parâmetro e Testes de Restrições de Sobre-Identificação

- GMM Padrão

As tabelas a seguir mostram estimativas de parâmetros e as estatísticas t com seus respectivos valores p.

**Tabela 4. Estimativas GMM - CRRA**

Instrumentos	Primeiro	Segundo	Terceiro	Quarto
			o	
$\beta$	0.9875	0.9889	0.9901	0.9908
estatísticas t				
$(\beta)$	113.815	108.562	127.404	123.102
valor p	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\gamma$	0.6353	0.5577	0.5383	0.5801
estatísticas t ( $\gamma$ )	2.6149	2.5673	2.6703	2.7082
valor p	0.0096	0.0011	0.0082	0.0074

**Tabela 5. Estimativas GMM - Hábito Externo**

Instrumentos	Primeiro	Segundo	Terceiro	Quarto
			o	
$\beta$	0.9896	0.9859	0.9933	0.9890
estatísticas t				
$(\beta)$	115.98	95.48	131.29	125.56
valor p	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\Gamma$	0.6285	1.2443	0.9497	0.8406
estatísticas t ( $\gamma$ )	2.4389	3.0908	3.6595	2.8816
valor p	0.0156	0.0023	0.0003	0.0044
$K$	0.4336	0.7639	-3.3126	-0.9981
estatísticas t ( $k$ )	0.3927	0.2093	-0.1794	-0.4494
valor p	0.6950	0.8344	0.8577	0.6537

- Método de Momentos baseado em Teoria da Informação

As tabelas a seguir mostram estimativas de parâmetros e as estatísticas t com seus respectivos valores p.

**Tabela 6. Estimativas KLIC - CRRA**

Instrumentos	Primeiro	Segundo	Terceiro	Quarto
			o	
$\beta$	0.9810	0.9919	0.9886	0.9916
estatísticas t	41.95	32.58	55.79	36.78
$(\beta)$				
valor p	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\Gamma$	0.7223	0.9566	0.6590	0.8680
estatísticas t ( $\gamma$ )	1.2285	1.2331	1.6648	1.3670
valor p	0.1096	0.1080	0.0480	0.0858

**Tabela 7. Estimativas KLIC - Hábito Externo**

Instrumentos	Primeiro	Segundo	Terceiro	Quarto
			o	
$\beta$	0.9934	1.0001	1.0093	0.9713
estatísticas t				
$(\beta)$	37.05	30.52	56.07	45.28
valor p	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\gamma$	0.8455	1.1716	0.8781	0.9239
estatísticas t ( $\gamma$ )	1.4222	0.4607	1.3448	1.3762
valor p	0.0775	0.3225	0.0893	0.0844
$K$	-0.2209	0.6572	-1.9980	-1.2006
estatísticas t ( $k$ )	-0.0370	0.0171	-0.1628	-0.0953
valor p	0.5148	0.4932	0.5647	0.5380

Os resultados de teste de restrições de sobre-identificação são resumidos abaixo para cada método econométrico estudado. As Estatísticas de Teste são distribuídas de acordo com uma qui-quadrado e os seus valores são mostrados nas tabelas a seguir com seus respectivos valores p.

**Tabela 8. CRRA****Teste de Restrições de Sobre-identificação**

Instrumentos	Primeiro	Segundo	Terceiro	Quarto
			o	
GMM de Estatísticas de Sobre-identificação	3.2230	3.2765	3.5287	3.2069
valor p	0.5212	0.5126	0.7401	0.7824
KLC de Estatísticas de Sobre-identificação	6.5450	4.6347	8.2231	5.2574
valor p	0.1620	0.3047	0.2222	0.5112

**Tabela 9. Hábito Externo****Teste de Restrições de Sobre-identificação**

Instrumentos	Primeiro	Segundo	Terceiro	Quarto
			o	
GMM de Estatísticas de Sobre-identificação	2.9085	3.7409	4.3328	2.0880
valor p	0.7141	0.5872	0.5025	0.8368
KLC de Estatísticas de Sobre-identificação	5.3003	9.9586	11.4237	6.6132
valor p	0.5059	0.1264	0.0761	0.3581

**4.2 Testes Adicionais**

Para a especificação de hábito externo, o Teste de Wald foi feito para testar a seguinte hipótese nula  $H_0: \gamma = 0$  e  $k = 0$ .

Os resultados são resumidos na tabela 10. O GMM rejeita fortemente a hipótese, com a Estatística Wald muito alta, mas o método baseado na distância KLIC proporciona evidências não conclusivas para refutar a hipótese nula.

**Tabela 10. Hábito Externo**

Instrumentos	Primeiro	Segundo	Terceiro	Quarto
GMM Wald	9.0402	53.8200	2190.3550	146.4462
valor p	0.0108	0.0000	0.0000	0.0000
KLIC Wald	2.1371	4.6525	29.3027	29.2591
valor p	0.3435	0.0977	0.0000	0.0000

Além disso, o Teste de Wald foi usado, em casos onde o fator de desconto estimado foi superior a um, para testar a seguinte hipótese nula:  $H_0: \beta = 0.98$ .

A hipótese nula foi testada de acordo com o método de estimação baseado na distância KLIC, empregando o segundo e terceiro conjuntos de instrumentos; as estatísticas e seus valores p entre parênteses são, respectivamente, 0.3727 (0.5416) e 2.7214 (0.0990). Ao nível de 5 %, a hipótese nula não pode ser rejeitada. Portanto, é possível que o fator de desconto seja menor que um para essas especificações.

### 4.3 Observações Comparativas

Em relação às estimativas de parâmetros, os dois métodos aceitam que a formação externa de hábito não está presente na função de utilidade do agente representativo já que  $k$  não é importante em ambos os procedimentos de estimação, pois a hipótese nula  $H_0: k = 0$  não pode ser muito fortemente rejeitada.

O fator de desconto é muito alto, mas abaixo de um, ainda que seja superior a um para dois conjuntos de instrumentos quando a estimação é realizada via o método de momentos baseado na distância KLIC.

A grande discordância é em relação ao valor do parâmetro  $\gamma$  de aversão relativa ao risco. Descobriu-se que este parâmetro é significativo usando o GMM e este resultado é muito forte. Quando empregamos a estratégia de estimação baseada em teoria da informação,  $\gamma$  não foi significativo ao nível de 5% embora fosse significativo ao nível de 10%. Existe evidência, embora não muito forte, favorecendo a seguinte preferência  $u(C_t) = \log(C_t)$  para o agente representativo. A Estatística de Wald que testa conjuntamente a função de utilidade logarítmica e a ausência de formação externa de hábito enfraquece um pouco a evidência que corrobora a especificação da função de utilidade logarítmica. Em resumo,  $u(C_t) = \log(C_t)$  parece ser empiricamente confirmada pela estimativa baseada na distância KLIC, embora com pouca intensidade. Este resultado contrasta com a estimativa usando o GMM, que rejeita esta especificação da função de utilidade muito intensamente.

Em relação aos resultados de teste de restrições de sobre-identificação, nenhum dos dois modelos é rejeitado. Portanto, o resultado encontrado por Issler e Piqueira (2000) se mantém, mesmo se o método de estimação usado seja o método de momentos baseado na distância KLIC.

Um comentário importante é em relação à magnitude dos valores p como uma medida de quão decididamente as restrições de sobre-identificação não podem ser rejeitadas. Normalmente, os valores p associados com o método baseado na distância KLIC são constantemente menores que os valores p derivados do GMM padrão. Isso é uma indicação de que o método baseado na distância KLIC é mais propenso a rejeitar a hipótese nula do que o GMM padrão. Esta observação está de acordo com estudos de Monte Carlo indicando um maior poder, ajustada por tamanho, associado ao método de momentos baseado na distância KLIC. Em resumo, o resultado de Issler e Piqueira (2000) parece ser robusto, pois a função utilidade potência, bem como a especificação de formação externa de hábito, não podem ser rejeitadas por um teste propenso a rejeitar mais do que o GMM de Hansen.

## 5. COMENTÁRIOS FINAIS

O objetivo deste ensaio foi avaliar e testar duas especificações de formação de preço de ativo com o uso do método de momentos baseado em teoria da informação, conforme discutido em Kitamura e Stutzer (1997). Foi feita uma análise comparativa entre os resultados empíricos obtidos via método de momentos baseado em teoria da informação e os resultados correlatos derivados do GMM padrão.

Resumindo, a existência da formação de hábito foi rejeitada por ambos os procedimentos econométricos embora os dois núcleos de formação de preço de ativos considerados não possam ser rejeitados pelos testes de restrições de sobre-identificação. A estratégia de estimação baseada na distância KLIC proporciona algum apoio à seguinte especificação  $u(C_t) = \log(C_t)$ . Em contrapartida, o GMM proporciona suporte empírico para a especificação da função potência tradicional, para a utilidade, com  $\gamma$  entre 0.5 e 1.2.

Para completar este trabalho, é necessária uma compreensão clara das propriedades em amostras finitas dos estimadores estudados. Esperamos, em pesquisas futuras, incorporar esta análise, considerando o particular processo de geração de dados associado ao consumo e retorno de ativos no Brasil.

## REFERÊNCIAS

- BERA, A.K. and Biliias, Y. (2000). "The MM, ME, ML, EL, EF and GMM approaches to estimation: A Synthesis", Working Paper, Department of Economics, University of Illinois.
- CAMPBELL, John Y. et al. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press, Princeton, N.J.
- CUCHE, Nicolas A. and Hess, Martin K. (2000). "Estimating Monthly GDP in a General Kalman Filter Framework: Evidence from Switzerland". *Economic and Financial Modelling*, v.7, 4, 153-194.
- DOMINGUES, Gabriela (2000). "Estimação de um Modelo Intertemporal de Preços de Ativos e Consumo (CCAPM) para o Brasil - 1986/1998, Texto para Discussão #763, IPEA.
- GREGORY, Allan W. et al. (2002). "Information-Theoretic Estimation of Preference Parameters: Macroeconomic Applications and Simulation Evidence". *Journal of Econometrics*, 107, 213-233.
- HAMILTON, James D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, N.J.
- HANSEN, Lars P. et al. (1996). "Finite Sample Properties of some Alternative GMM Estimators". *Journal of Business and Economic Statistics*, v.14, 3, 262-280.
- HARVEY, A.C. and Pierse, R.G. (1984). "Estimating Missing Observations in Economic Time Series". *Journal of the American Statistical Association*, v.79, 385, 747-772.
- IMBENS, Guido et. al. (1998) "Information Theoretic Approaches to Inference in Moment Condition Models". *Econometrica*, v.66, 2, 333-357.
- ISSLER, J.V. and Piqueira, N.S. (2000). "Estimating Relative Risk Aversion, Discount Rate and Intertemporal Elasticity of Substitution in Consumption for Brazil using Three Types of Utility Functions". *Brazilian Review of Econometrics*, v.20, 2, 201-239.
- KITAMURA, Yuichi and Stutzer, Michael (1997). "An Information-Theoretic Alternative to Generalized Method of Moments Estimation". *Econometrica*, v.65, 4, 861-874.